کنترل غیرخطی حرکت یک ربات کروی بر روی سطح شیب‌دار مبتنی بر روش خطی‌سازی با استفاده از فیدبک*

مقاله علمی – پژوهشی

محمد عالی پور[۱]   علی مختاریان[۲]   حسین کریم پور[۳]

چکیده ربات کروی به ربات‌های سیّار کروی‌شکل مجهز به مکانیزم محرک داخلی که بر روی زمین بر اثر غلتیدن پوستهٔ خارجی‌شان حرکت می‌کنند اطلاق می‌شود. در این تحقیق، ابتدا یک نمونه از ربات کروی پاندولی مدل‌سازی شده و سپس به تحلیل دینامیکی مدل ارائه‌شده در طی حرکت صفحه‌ای بر روی سطحی با شیب ثابت پرداخته شده است. استخراج معادلات حرکت ربات با استفاده از روش لاگرانژ به انجام رسیده است. سپس، طراحی یک کنترل‌کنندهٔ غیرخطی مبتنی بر روش‌های خطی سازی به کمک فیدبک انجام گرفته است. در ادامه، با در نظر گرفتن شرایط اولیهٔ غیر منطبق بر مسیر مطلوب، نامعینی پارامتری و همچنین گشتاور اغتشاشی بر روی سیستم به شبیه‌سازی حرکت ربات پرداخته شده است. نتایج شبیه‌سازی بیانگر توانایی و عملکرد مطلوب کنترل‌کننده در تعقیب تابع زمانی انتخاب‌شده برای حرکت دورانی پوستهٔ کروی بر روی سطح شیب‌دار تحت شرایط فیزیکی نامطلوب پیش‌بینی‌شده برای ربات است.

واژه‌های کلیدی ربات کروی، معادلات دینامیکی، گشتاور اغتشاشی، نامعینی پارامتری، کنترل غیرخطی.

Nonlinear Control of Motion of A Spherical Robot on Inclined Surfaces Based on Feedback Linearization Method

M. Aalipour   A. Mokhtarian   H. Karimpour

Abstract *Spherical robots are the mobile robots with spherical shape equipped to internal drive mechanism that move on the ground due to their external shell rolling. In this research, after modeling of a pendulum type of the spherical robots, dynamic analysis of their model during planar motion on an inclined surface is performed. The motion equations of spherical robot are derived using Lagrange method. Also, a nonlinear controller based on feedback linearization methods is designed. In the following, considering non-confirm initial conditions on trajectory, parametric uncertainty and also disturbance torque on robot, the motion of robot is simulated. The results indicate that the designed controller has proper and resistant performance in tracking selected trajectory for sphere shell rotation during moving on specified inclined surface.*

Key Words Spherical Robot, Dynamic Equations, Disturbance Torque, Parametric Uncertainty, Non-linear Control.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۷/۵/۷ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۵/۶ می‌باشد.

DOI:10.22067/fum-mech.v31i2.74433

(۱) فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، واحد خمینی شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، خمینی شهر، اصفهان، ایران.

(۲) علی مختاریان، استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، واحد خمینی شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، خمینی شهر، اصفهان، ایران.

Email: mokhtarian@iaukhsh.ac.ir

(۳) حسین کریم پور، استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران.

مقدّمه

در میان انواع مختلف ربات‌های سیّار، ربات‌های کروی در طول پانزده سال اخیر به‌طور فزاینده‌ای مورد توجّه محققین واقع شده‌اند. ربات کروی به ربات‌های سیّار کروی‌شکل مجهز به مکانیزم محرک داخلی که بر روی زمین بر اثر غلتیدن پوسته خارجی‌شان حرکت می‌کنند اطلاق می‌شود. این ربات‌ها دارای مزایای ویژه‌ای هستند. آن‌ها فقط یک نقطهٔ تماس با زمین دارند که اجازه می‌دهد که حرکت ربات با حداقل اصطکاک بوده و با کمترین میزان مصرف انرژی انجام شود. اجزای داخلی ربات‌های کروی نظیر تجهیزات و حسگرهای درونی از ضربات خارجی و گردوغبار توسط پوسته محافظت می‌شود. علاوه بر این به دلیل بسته بودن بدنهٔ ربات، این ربات‌ها در برخورد با محیط‌های مایع و گاز نفوذناپذیر و مقاوم بوده و همچنین در صورت سقوط از ارتفاع، به دلیل شکل خاص آن به‌هیچ‌عنوان دچار واژگونی نمی‌شود که این معضل برای اغلب ربات‌ها از جمله ربات‌های انسان‌نما بسیّار چالش‌برانگیز است. پوستهٔ کروی فضای مناسبی برای قرار گرفتن اجزای داخلی فراهم کرده و می‌تواند به‌عنوان یک محافظ خوب برای محافظت از اجزای داخلی عمل کند. ازاین‌رو، این نوع ربات اغلب در تحقیقات فضایی و کاوش در مناطق نظامی و ناشناخته استفاده می‌شود. تاکنون پژوهش‌های بسیّاری در رابطه با طراحی، مدل‌سازی و کنترل ربات-های کروی به انجام رسیده است. بیکچی و همکارانش در سال ۱۹۹۷ از یک ارابه با دو چرخ به‌عنوان مکانیزم محرک برای به حرکت درآوردن پوسته کروی ربات استفاده کردند [1]. هالم در سال ۱۹۹٦، از یک چرخ درون کره برای حرکت دادن پوستهٔ کروی استفاده کرد [2]. باتاچاریا و همکارانش در سال ۲۰۰۰ یک ربات کروی با ساختار داخلی کاملاً متقارن را ابداع کردند. روتورهای نصب‌شده در پوستهٔ کروی این ربات قرینه بوده و با استفاده از اصل پایستگی تکانهٔ زاویه‌ای، ربات را به حرکت درمی‌آورد [3]. ژان و همکارانش در سال ۲۰۰٦ یک ربات کروی را مورد بررسی قرار دادند که مکانیزم محرک آن یک پاندول دو درجهٔ آزادی بود. معادلات حرکت این ربات با استفاده از معادلات بولتزمان و با فرض شبه‌استاتیک بودن پاندول به دست آمده و برای حرکت روی مسیر دایره‌ای تحلیل شده است [4]. وی ژانگ و همکارانش در سال ۲۰۰۸ یک ربات کروی را مورد مطالعه قرار داده و معادلات حرکت آن را با استفاده از روش کین استخراج کرده‌اند. دینامیک مستقیم ربات با استفاده از معادلات حرکت در آن تحقیق بررسی شده است [5]. باناوار و همکاران در سال ۲۰۰۸ به طراحی و تجزیه‌وتحلیل یک ربات کروی و سپس به مدل‌سازی آن در فضای سه‌بعدی پرداختند [6]. لیو و همکاران به مطالعهٔ ربات کروی با نوع جدیدی از محرک پرداخته و سپس پایداری آن را مورد ارزیابی قرار دادند [7]. عزیزی و همکارانش به مدل‌سازی دینامیکی و برنامه‌ریزی مسیر حرکت بهینهٔ یک ربات کروی پرداختند [8]. یو و همکاران در سال ۲۰۱۳ کنترل مسیر یک ربات کروی پاندولی در یک حرکت کلی بر روی یک سطح شیب‌دار را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها پس از تعیین قیود غیر هولونومیک و استخراج معادلات دینامیکی به روش لاگرانژ مقید، به ارائهٔ الگوریتم کنترل مسیر ربات پرداختند. همچنین، با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف یک قانون کنترلی بر مبنای صفحات مودهای لغزشی تعیین کرده و اعتبارسنجی آن از طریق شبیه‌سازی‌های عددی را به انجام رساندند [9]. گاجبهی و همکاران در سال ۲۰۱٦ دو قانون کنترلی مجزا بر مبنای رهیافت هندسی برای کنترل حرکت یک ربات کروی ارائه کردند. آن‌ها از سه موتور محرک واقع بر سه محور عمود بر هم و متصل به سطح داخلی پوسته جهت ایجاد حرکت هم جانبهٔ ربات استفاده نمودند [10]. ایوانوا و همکاران در سال ۲۰۱۷ مدلی از یک ربات کروی با یک عملگر پاندولی، کنترل شده با استفاده از یک سیستم بازخورد را ارائه کرده و پایداری آن را مورد بررسی قرار دادند [11]. ایوانوا و همکاران در سال ۲۰۱۸ حرکت

صفحه‌ای کنترل‌شدهٔ یک ربات کروی پاندولی بر روی یک سطح شیب‌دار را مورد مطالعه قرار دادند. آنها پس از ارائهٔ یک الگوریتم کنترلی برای حرکت دورانی ربات بر یک مسیر زمانی دلخواه، به شبیه‌سازی عددی حرکت کنترل‌شدهٔ آن پرداختند [12].

در ادامهٔ اقدامات پیشین محققین، در تحقیق حاضر تحلیل دینامیکی و کنترل حرکت صفحه‌ای یک ربات کروی پاندولی بر روی مسیر شیب‌دار به انجام رسیده است. در این راستا ابتدا به مدل‌سازی دینامیکی و استخراج معادلات حرکت صفحه‌ای ربات کروی پاندولی بر روی مسیر شیب‌دار پرداخته و پس از طراحی یک کنترل‌کنندهٔ غیرخطی، شبیه‌سازی حرکت ربات در نرم‌افزار متلب انجام شده است. سپس با در نظر گرفتن نامعینی پارامتری و ساختاری بر روی سیستم به بررسی میزان مقاوم بودن کنترل‌کننده پرداخته شده است. لازم به یادآوری است با توجّه به کمبود تعداد عملگر در این ربات، طراحی کنترل‌کنندهٔ غیرخطی مبتنی بر خطی‌سازی به کمک فیدبک و به‌کارگیری روش بکار رفته در مرجع [13] به انجام رسیده است. با توجّه به مطالعات صورت گرفته در کارهای پیشین، روش کنترلی ارائه شده در مقالهٔ حاضر، تاکنون در پژوهشی برای ربات‌های کم-عملگر کروی بکار برده نشده است.

مدل ساختاری ربات کروی

ربات کروی مورد مطالعه در این تحقیق از نوع پاندولی است. اجزای اصلی تشکیل‌دهندهٔ این ربات کروی شامل موتور، پوستهٔ ربات، مجموعهٔ اجزای داخلی ربات و پاندول محرک است (شکل ۱). موتور در محل مفصل بین پاندول و اجزای داخلی ربات واقع شده است و با ایجاد حرکت دورانی پاندول و تغییر موقعیت مرکز جرم ربات کروی منجر به حرکت ربات می‌شود.
در این پژوهش معادلات دینامیکی ربات را با در نظر گرفتن فرضیات زیر به دست خواهیم آورد:

۱. ربات در حین حرکت بر روی مسیر دچار لغزش نمی‌شود؛
۲. از نیروی اصطکاک بین اجزای داخلی ربات صرف‌نظر می‌شود؛
۳. مرکز جرم ربات (بدون پاندول) بر مرکز هندسی (مرکز جرم) پوسته منطبق است؛
٤. شرط عدم جدایش از زمین در طی حرکت ربات برقرار است؛
٥. پاندول به‌صورت یک جرم متمرکز که به‌واسطهٔ یک لینک بدون جرم به مرکز هندسی پوسته متصل است، مدل می‌شود؛
٦. پوستهٔ کروی با ضخامت کم و همگن است؛ یعنی توزیع جرم در پوسته یکنواخت و متقارن می‌باشد؛
۷. مرکز جرم اجزای داخلی ربات بر روی مرکز کره در نظر گرفته می‌شود.

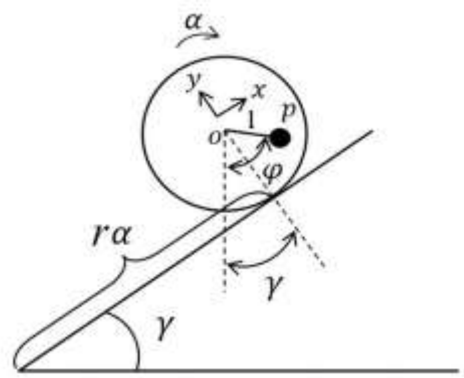


شکل (۱): ساختار کروی ربات کروی پاندولی

شکل (۱) نشان‌دهندهٔ یک ربات کروی با ساختار کلی محرک پاندولی است که دوران پاندول در دو راستای مستقل باعث پیشروی و حرکت جانبی ربات می‌گردد. البته در این پژوهش صرفاً حرکت پیشروی ربات و بدون در نظر گرفتن امکان حرکت جانبی، به کمک دوران پاندول در یک راستا در طی یک حرکت صفحه‌ای، مورد تحلیل دینامیکی و کنترلی قرار گرفته است. در ادامه به ارائهٔ مدل دینامیکی و استخراج معادلات حرکت صفحه‌ای ربات پرداخته شده است.

مدل‌سازی ربات بر روی سطح شیب‌دار

به‌منظور شبیه‌سازی حرکت و همچنین کنترل حرکت ربات کروی پاندولی ابتدا به تحلیل دینامیک سیستم پرداخته می‌شود. حرکت ربات کروی بر روی سطح شیب‌دار تخت مطابق شکل (۲) را در نظر بگیرید. با توجّه به شکل (۲)، α زاویهٔ چرخش پوسته، φ زاویهٔ چرخش پاندول و γ زاویهٔ شیب سطح شیب‌دار است.



شکل (۲): نمایی از حرکت ربات کروی بر روی سطح شیب‌دار

α و φ را به‌عنوان مختصات تعمیم‌یافتهٔ سیستم در نظر گرفته و معادلات حرکت ربات بر حسب این دو مختصه و مشتقات آن‌ها پس از محاسبه انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم و جایگذاری آن‌ها در روابط لاگرانژ مطابق آنچه در پیش است بیان خواهد شد.

انرژی جنبشی سیستم

مطابق رابطهٔ (۱) انرژی جنبشی ربات کروی به صورت مجموع انرژی جنبشی پوسته (T_s)، انرژی جنبشی پاندول (T_p) و همچنین انرژی جنبشی اجزای داخلی سیستم (T_i) قابل بیان است:

$$T = T_S + T_P + T_i \qquad (۱)$$

انرژی جنبشی پوستهٔ کروی با استفاده از رابطهٔ (۲) قابل بیان است.

$$T_s = \frac{1}{2}\left(m_s r^2 + I_s\right)\dot{\alpha}^2 \qquad (۲)$$

که در آن، m_s جرم پوستهٔ ربات، I_s ممان اینرسی پوسته حول مرکز جرم آن و r شعاع پوستهٔ ربات است. همچنین رابطهٔ انرژی جنبشی پاندول به‌صورت رابطهٔ (۳) است.

$$T_p = \frac{1}{2} m_p V_p^2 = \frac{1}{2} m_p \overrightarrow{V_P}.\overrightarrow{V_P} \qquad (۳)$$

که در آن، m_p جرم پاندول و $\vec{V}_p$ بردار سرعت جرم نقطه‌ای متصل به پاندول بوده که بر حسب مختصات تعمیم یافته و مشتقات آن مطابق رابطهٔ (٤) محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{V_p} &= \overrightarrow{V_o} + \overrightarrow{\omega_p} \times \overrightarrow{r_{op}} = r\dot{\alpha}\hat{\imath} + \\ &(-\dot{\varphi})\hat{k} \times (-l\cos(\varphi-\gamma)\hat{\jmath} + l\sin(\varphi-\gamma)\hat{\imath}) \\ &= (r\dot{\alpha} - l\dot{\varphi}\cos(\varphi-\gamma))\hat{\imath} - (l\dot{\varphi}\sin(\varphi-\gamma))\hat{\jmath}\end{aligned} \qquad (٤)$$

که در آن، l طول پاندول، $\vec{V}_o$ بردار سرعت مرکز ربات و $\overrightarrow{\omega}_p$ بردار سرعت زاویه‌ای پاندول است.

با جای‌گذاری $\vec{V}_p$ به دست آمده از رابطهٔ (٤) در رابطهٔ (۳) برای انرژی جنبشی پاندول داریم:

$$\begin{aligned}T_p &= \frac{1}{2} m_p (r\dot{\alpha} - l\dot{\varphi}\cos(\varphi-\gamma))^2 + \\ &(l\dot{\varphi}\sin(\varphi-\gamma))^2 \\ &= \frac{1}{2} m_p \left(r^2\dot{\alpha}^2 + l^2\dot{\varphi}^2 - 2rl\dot{\alpha}\dot{\varphi}\cos(\varphi-\gamma)\right)\end{aligned} \qquad (۵)$$

همچنین برای تعیین انرژی جنبشی اجزای داخلی ربات می‌توان رابطهٔ (٦) را بکار برد.

$$T_i = \frac{1}{2} m_i V_o^2 + \frac{1}{2} I_i \dot{\alpha}^2 = \frac{1}{2}\left(m_i r^2 + I_i\right)\dot{\alpha}^2 \qquad (٦)$$

که در آن، m_i جرم اجزای داخلی ربات و I_i ممان اینرسی اجزا حول مرکز جرم آن است. با بازنویسی رابطهٔ (۱)، برای انرژی جنبشی ربات کروی خواهیم داشت:

$$T=\frac{1}{2}\left(m_s r^2+I_s\right)\dot{\alpha}^2+\frac{1}{2}m_P\left(r^2\dot{\alpha}^2+l^2\dot{\varphi}^2+2rl\dot{\alpha}\dot{\varphi}\cos\left(\varphi-\gamma\right)\right)+\frac{1}{2}\left(m_i r^2+I_i\right)\dot{\alpha}^2 \tag{۷}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود رابطهٔ (۷) بر حسب مختصات تعمیم یافته و مشتقات آن‌ها بیان شده است.

انرژی پتانسیل سیستم

انرژی پتانسیل سیستم را در سه بخش انرژی پتانسیل پوسته (U_s)، انرژی پتانسیل پاندول (U_p) و انرژی پتانسیل اجزای داخلی (U_i) قابل محاسبه و تعیین است:

$$U=U_s+U_p+U_i \tag{۸}$$

$$U_s=m_s g\left(r\alpha\sin\left(\gamma\right)+r\cos\left(\gamma\right)\right) \tag{۹}$$

$$U_p=m_p g\left(r\alpha\sin\left(\gamma\right)+r\cos\left(\gamma\right)-l\cos\left(\varphi\right)\right) \tag{۱۰}$$

$$U_i=m_i g\left(r\alpha\sin\left(\gamma\right)+r\cos\left(\gamma\right)\right) \tag{۱۱}$$

با جایگذاری معادلات (۹)، (۱۰) و (۱۱) در معادلهٔ (۸)، تابع پتانسیل ربات کروی مطابق رابطهٔ (۱۲) حاصل می‌شود.

$$U=m_s g\left(r\alpha\sin\left(\gamma\right)+r\cos\left(\gamma\right)\right)+m_p g\left(r\alpha\sin\left(\gamma\right)+r\cos\left(\gamma\right)-l\cos\left(\varphi\right)\right)+m_i g\left(r\alpha\sin\left(\gamma\right)+r\cos\left(\gamma\right)\right) \tag{۱۲}$$

استخراج معادلات حرکت

همان‌طور که ذکر شد، مختصات تعمیم یافته در نظر گرفته شده برای حرکت ربات پارامترهای α و φ که بیانگر دوران پوستهٔ ربات و چرخش پاندول می‌باشند، است. بیان معادلات لاگرانژ بر حسب این دو مختصه به‌صورت روابط (۱۳) و (۱٤) است.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{\alpha}}\right)-\frac{\partial T}{\partial\alpha}+\frac{\partial U}{\partial\alpha}=Q_\alpha \tag{۱۳}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{\varphi}}\right)-\frac{\partial T}{\partial\varphi}+\frac{\partial U}{\partial\varphi}=Q_\varphi \tag{۱٤}$$

که در این روابط Q_α و Q_φ نیروهای تعمیم یافته در جهات α و φ بوده و برای تعیین آن‌ها با استفاده از رابطهٔ مجموع کار مجازی نیروهای مؤثر داریم:

$$\begin{aligned}\delta W &= \delta W_{\tau_p}+\delta W_{\tau_i}=\tau\delta\alpha+\tau\delta\varphi\\ &= Q_\alpha\delta\alpha+Q_\varphi\delta\varphi\end{aligned} \tag{۱۵}$$

که در آن τ_p و τ_i به ترتیب بیانگر گشتاور موتور بر روی پاندول و معکوس گشتاور موتور بر روی اجزای داخلی ربات (با مقدار برابر τ) هستند. بنا بر رابطهٔ (۱۵) و با توجّه به دلخواه بودن دوران‌های مجازی $\delta\alpha$ و $\delta\varphi$، نیروهای تعمیم یافتهٔ سیستم تعیین خواهد شد.

$$\begin{cases}Q_\alpha=\tau\\ Q_\varphi=\tau\end{cases} \tag{۱٦}$$

پس از جایگذاری انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل در روابط (۱۳) و (۱٤) و انجام مشتق‌گیری‌ها، معادلات حرکت ربات کروی در حرکت صفحه‌ای قابل استخراج خواهد بود. پس از ساده‌سازی و فاکتورگیری، شکل ماتریسی دو معادلهٔ حرکت ربات به‌صورت رابطهٔ (۱۷) بیان می‌شود.

$$\begin{bmatrix}\left(m_s+m_p+m_i\right)r^2+I_s+I_i & -m_p rl\cos\left(\varphi-\gamma\right)\\ -m_p rl\cos\left(\varphi-\gamma\right) & m_p l^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\alpha}\\ \ddot{\varphi}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}(m_p l\dot{\varphi}^2\sin\left(\varphi-\gamma\right)+m_s g\sin\left(\gamma\right)+m_p g\sin\left(\gamma\right)+m_i g\sin\left(\gamma\right))r\\ m_p gl\sin\left(\varphi\right)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tau\\ \tau\end{bmatrix} \tag{۱۷}$$

در بخش بعد، به بیان استراتژی و رهیافت کلّی کنترل غیرخطی ربات‌های کم‌عملگر مبتنی بر خطی‌سازی به کمک فیدبک پرداخته خواهد شد.

رهیافت کنترل غیرخطی

روش کنترل غیرخطی بکار برده شده برای ربات کروی

در این تحقیق، بر مبنای رهیافت کلّی کنترل ربات‌های کم‌عملگر میکرو-ماکرو که در مرجع [13] آورده شده است، می‌باشد. بر همین مبنا، به کلّیات این روش در راستای به‌کارگیری آن برای پژوهش حاضر اشاره می‌شود.

یک ربات کم‌عملگر n درجه آزادی به همراه m عملگر (m<n) را در نظر بگیرید. فرم ماتریسی معادلات حرکت ربات به‌صورت کلّی رابطهٔ (۱۸) قابل بیان است.

$$M_{n\times n}(q,t)\ddot{q}_n + h_n(\dot{q},q,t) = B_{n\times m}(q,t)\,\tau_m \quad (۱۸)$$

که در آن، τ بردار عملگرها و q بردار مختصات تعمیم یافتهٔ حرکت ربات است. حال، فرض کنید تعداد p (p<m) قید سینماتیکی (همچون p معادله برای بیان مسیر حرکت پنجهٔ ربات) مطابق رابطهٔ (۱۹) برحسب q و زمان (t) برقرار باشد.

$$g_i(q,t) = 0 \quad i = 1,2,\dots,p \quad (۱۹)$$

چنانچه p درایهٔ آخرِ بردار عملگر τ را برای برقراری قیود حرکتی ربات در نظر بگیریم، رابطهٔ ماتریسی (۱۸) را به‌صورت رابطهٔ (۲۰) می‌توان بلوک‌بندی و بازنویسی کرد.

$$\begin{bmatrix}M_1\\M_2\end{bmatrix}\ddot{q} + \begin{bmatrix}h_1\\h_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}B_{11} & B_{12}\\B_{21} & B_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U\\C\end{bmatrix} \quad (۲۰)$$

با پیش‌ضرب رابطهٔ (۲۰) در $[I - B_{12}B_{22}^{-1}]$ می‌توان به دو معادلهٔ ماتریسی به صورت روابط (۲۱) و (۲۲) دست یافت.

$$\bar{M}_{(n-p)\times n}\ddot{q}_n + \bar{h}_{n-p} = \bar{B}_{(n-p)\times(m-p)}U_{m-P} \quad (۲۱)$$

$$C = B_{22}^{-1}(M_2\ddot{q} + h_2 - B_{21}U) \quad (۲۲)$$

که در آن **C** بردار شامل p عملگرِ آخر جهت برقراری قیود سینماتیکی است. درواقع هدف از کنترل ربات تعیین بردار **C** برای حفظ قیود حرکتی (همانند حفظ پنجه بر مسیر طراحی شده برای آن) است. برای دستیابی به این هدف، فرض کنید بردار خطای δ برای برقراری قیود سینماتیکی رخ داده باشد؛ یعنی:

$$g(q,t) = \delta \quad (۲۳)$$

منظور از کنترل پایدار سیستم، میل دادن بردار خطای δ به سمت صفر است. با دو بار مشتق‌گیری از رابطهٔ (۲۳) نسبت به زمان، معادلهٔ ماتریسی (۲٤) حاصل می‌شود.

$$A_{p\times n}\ddot{q}_n = -\dot{A}_{p\times n}\dot{q}_n + \dot{E}_p + \ddot{\delta}_p \quad (۲٤)$$

که در آن، ماتریس های A و E توابعی از q و t هستند. با پیوستن معادلهٔ (۲٤) به معادلهٔ (۲۱)، رابطهٔ ماتریسی (۲۵) شکل می‌گیرد.

$$\tilde{M}\ddot{q} + \tilde{h} = \tilde{B}U + D\ddot{\delta} \quad (۲۵)$$

که در آن:

$$\tilde{M}_{n\times n} = \begin{bmatrix}\bar{M}\\A\end{bmatrix}, \tilde{h}_n = \begin{bmatrix}\bar{h}\\\dot{A}\dot{q} - \dot{E}\end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_{n\times(n-p)} = \begin{bmatrix}\bar{B}\\0\end{bmatrix}, D_{n\times p} = \begin{bmatrix}0_{(n-p)\times p}\\I_{p\times p}\end{bmatrix} \quad (۲٦)$$

با جایگذاری $\ddot{q}$ از رابطهٔ (۲۵) در رابطهٔ (۲۱)، معادلهٔ ماتریسی (۲۷) حاصل می‌شود.

$$M'\ddot{\delta} + h' = B_{22}C \quad (۲۷)$$

که در آن:

$$M' = M_2\tilde{M}^{-1}D$$
$$h' = M_2\tilde{M}^{-1}(\tilde{B}U - \tilde{h}) + h_2 - B_{21}U \quad (۲۸)$$

رابطهٔ (۲۷)، معادله دیفرانسیل خطای قیود حرکتی (همچون خطای تعقیب مسیر پنجهٔ ربات) است. حال، بردار کنترلی عملگر C را به صورت رابطهٔ (۲۹) در نظر بگیرید.

$$C = B_{22}^{-1}[M'(-k_v\dot{\delta} - k_p\delta) + h'] \quad (۲۹)$$

که در آن k_p و k_v به ترتیب ضرایب کنترل ماتریسی (مثبت معین) تناسبی و مشتقی می‌باشند. با اعمال بردار کنترلی C به رابطهٔ (۲۷)، به یک دسته معادله دیفرانسیل خطی بر روی بردار تابع خطا مطابق رابطهٔ (۳۰) دست

خواهیم یافت.

$$\ddot{\delta} + k_v\dot{\delta} + k_p\delta = 0 \quad (۳۰)$$

که نشان می‌دهد بردار خطای سیستم به شکل مجانبی به بردار صفر میل می‌کند (سیستم پایدار مجانبی). در بخش بعد، با در اختیار داشتن معادلات دینامیکی به طراحی یک کنترل‌کنندۀ غیرخطی مناسب برای حرکت صفحه‌ای ربات کروی بر اساس روش کلّی ارائه شده پرداخته خواهد شد.

طراحی کنترل‌کنندۀ ربات

با توجّه به اینکه ربات کروی، در حرکت صفحه‌ای خود دارای دو درجه آزادی و یک عملگر بوده بنابراین یک ربات کم عملگر است و باید از روش‌های کنترلی ویژه‌ی ربات‌های کم عملگر برای کنترل آن استفاده کرد. روش کنترلی ارائه شده در این تحقیق مبتنی بر روش کلّی ارائه شده در بخش قبل است. البته لازم به ذکر است که با توجّه به اندک بودن تعداد درجات آزادی ربات کروی مورد نظر و نیز انتخاب تنها یک قید سینماتیکی به‌صورت تابع زمانی مشخص برای یکی از مختصات تعمیم یافته (زاویۀ دوران پوستۀ کروی یعنی α) ترجیح داده شد از مسیر ساده‌تری (بدون نیاز به بلوک‌بندی ماتریسی) به نتیجۀ نهایی در رهیافت کلّی کنترل غیرخطی، دست یافت.

با ا ستفاده از رابطۀ (۱۷)، شکل ماتریسی معادلات حرکت به‌صورت رابطۀ (۳۱) قابل بیان است.

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_1(\alpha,\varphi,\dot{\alpha},\dot{\varphi}) \\ N_2(\alpha,\varphi,\dot{\alpha},\dot{\varphi}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ \tau \end{bmatrix} \quad (۳۱)$$

که در آن:

$$M_{11} = (m_s + m_p + m_i)r^2 + I_s + I_i \quad (۳۲)$$

$$M_{12} = -m_p r l\cos(\varphi - \gamma) \quad (۳۳)$$

$$M_{21} = -m_p r l\cos(\varphi - \gamma) \quad (۳۴)$$

$$M_{22} = m_p l^2 \quad (۳۵)$$

$$N_1 = \left(m_p l\dot{\varphi}^2\sin(\varphi-\gamma) + m_s g\sin(\gamma) + m_p g\sin(\gamma) + m_i g\sin(\gamma)\right) r \quad (۳۶)$$

$$N_2 = m_p g l\sin(\varphi) \quad (۳۷)$$

با توجّه به اینکه متغیر اصلی کنترلی ربات، زاویۀ چرخش پوسته یعنی α است، با استفاده از معادلۀ ماتریسی (۳۱) گشتاور موتور محرک ربات به شکل رابطۀ (۳۸) بیان می‌شود.

$$\tau = \left(\frac{M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}}{M_{22} - M_{12}}\right)\ddot{\alpha} + \frac{M_{22}N_1 - M_{12}N_2}{M_{22} - M_{12}} \quad (۳۸)$$

چنانچه گشتاور کنترلی اعمال شونده به ربات به‌صورت رابطۀ (۳۹) در نظر گرفته شود:

$$\tau = \left(\frac{M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}}{M_{22} - M_{12}}\right)\left(\ddot{\alpha}_d - k_v(\dot{\alpha} - \dot{\alpha}_d) - k_p(\alpha - \alpha_d)\right) + \frac{M_{22}N_1 - M_{12}N_2}{M_{22} - M_{12}} \quad (۳۹)$$

که در آن α_d بیانگر تابع زمانی مطلوب حرکت دورانی پوسته کره بوده و k_V و k_P به ترتیب ضرایب مثبت مشتقی و تناسبی کنترلی سیستم می‌باشند که مقادیر آن‌ها در شکل و مشخصه‌های پاسخ گذرای خروجی سیستم تأثیرگذار هستند.

با اعمال این گشتاور کنترلی به سیستم، معادلۀ کنترل سیستم به‌صورت رابطۀ (۴۰) حاصل می‌شود.

$$\ddot{e} + k_V\dot{e} + k_P e = 0 \quad (۴۰)$$

که در آن e تابع زمانی خطای زاویۀ چرخش پوسته نسبت به حالت مطلوب، مطابق رابطۀ (۴۱) است.

$$e = \alpha - \alpha_d \quad (۴۱)$$

با انتخاب مقادیر مثبت برای ضرایب کنترلی، پاسخ معادلۀ (۴۰) که همان خطای پاسخ سیستم است، به

شکل نمایی به صفر همگرا خواهد شد و این به معنای پایدار بودن کنترل‌کننده است.

شبیه‌سازی و کنترل سیستم بر روی سطح شیب‌دار

در این بخش به شبیه‌سازی عددی حرکت کنترل‌شدهٔ ربات کروی بر روی یک سطح شیب‌دار تخت با در نظر گرفتن یک تابع زمانی دلخواه برای حرکت دورانی پوستهٔ ربات، پرداخته می‌شود. بر اساس نوع عملکرد کنترل‌کننده و مشخصه‌های پاسخ خطای گذرا و در نظر گرفتن حد اشباع عملگرها، با استفاده از روش سعی و خطا مقادیر مثبت برای ضرایب کنترلی k_V و k_P، برابر ۲۰ انتخاب شده است. همچنین مقادیر پارامترهای سیستم برای شبیه‌سازی عددی به‌صورت آورده شده در جدول (۱) در نظر گرفته شده است:

جدول (۱): مقادیر پارامترهای سیستم جهت شبیه‌سازی عددی

پارامتر سیستم	مقدار پارامتر جهت شبیه‌سازی
m_s	1 (kg)
m_i	1 (kg)
m_p	2 (kg)
r	0.5 (m)
K_V	20 (s^{-1})
K_P	20 (s^{-2})
I_i	0.1 ($kg.m^2$)
l	0.45 (m)
γ	15 (deg)
g	9.81 ($m.s^{-2}$)

به‌علاوه برای تعیین ممان اینرسی مرکزی پوستهٔ ربات (I_s) داریم:

$$I_s = m_s r^2 \qquad (۴۲)$$

همچنین حدّ اشباع در نظر گرفته شده برای موتور محرک سیستم، گشتاور ۲ N.m است.

تابع هدف برای مسیر مطلوب زاویهٔ چرخش کره در حین حرکت بر روی سطح شیب‌دار به‌صورت رابطهٔ (۴۳) به شکل یک تابع هارمونیک در نظر گرفته می‌شود.

$$\alpha_d = \sin(0.2t) \qquad (۴۳)$$

هدف از کنترل حرکت ربات کروی آن است که ربات بتواند تحت شرایط ناخواستهٔ مختلفی که در ادامه ذکر شده است، تابع دوران مطلوب پوستهٔ خود را طی حرکت بر روی سطح شیب‌دار دنبال کند.

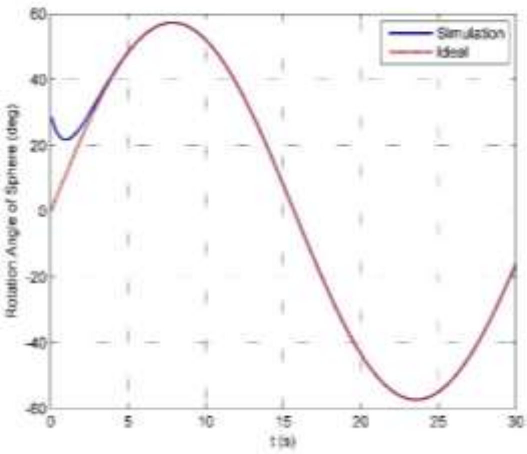
کنترل ربات تحت شرایط اولیهٔ غیر منطبق بر مسیر مطلوب

درحالی‌که زاویهٔ اولیه و سرعت زاویه‌ای اولیه مطلوب برای چرخش ربات بر مبنای رابطهٔ (۴۳) به ترتیب برابر ۰ rad و ۰ $rad.s^{-1}$ (متناظر با t=۰) است، جهت بررسی عملکرد کنترل‌کننده زاویهٔ چرخش اولیهٔ ربات را برابر ۰/۵rad و سرعت زاویه‌ای اولیهٔ ربات را همان ۰ $rad.s^{-1}$ در نظر می‌گیریم.

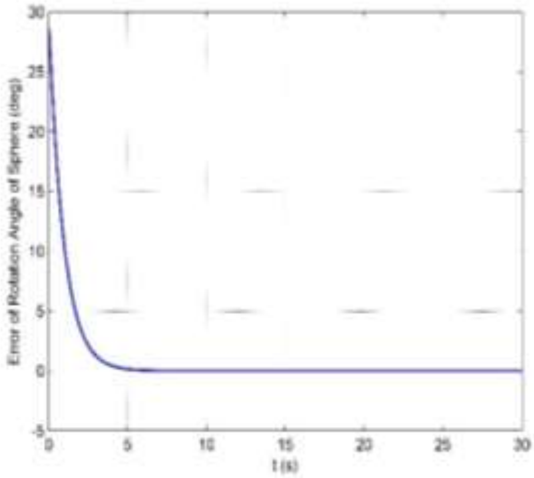
با شبیه‌سازی و حل عددی معادلات دیفرانسیل مداربستهٔ سیستم، پاسخ متناظر با زاویهٔ چرخش واقعی ربات در مقایسه با حالت مطلوب مطابق شکل (۳) به دست می‌آید.

همان‌طور که مشاهده می‌شود ربات توانسته است مسیر مطلوب در نظر گرفته شده برای زاویهٔ چرخش پوستهٔ خود را پس از زمان نشست کوتاهی (حدود ۳ ثانیه) دنبال کند.

جهت مشاهدهٔ بهتر عملکرد کنترل‌کنندهٔ غیرخطی طراحی شده، نمودار زمانی خطای پاسخ سیستم مطابق شکل (۴) ارائه شده است.



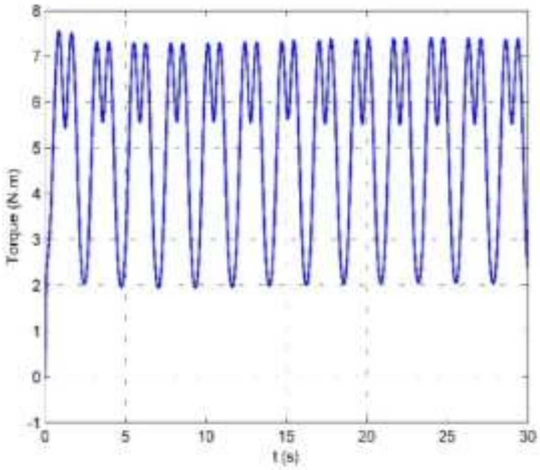
شکل (۳): زاویهٔ چرخش ربات کروی در مقایسه با زاویهٔ مطلوب تحت شرایط اولیهٔ غیر منطبق بر مسیر



شکل (٤): نمودار خطای دوران پوستهٔ کروی نسبت به حالت مطلوب

به‌منظور بررسی عدم خروج مقدار گشتاور کنترلی از محدودهٔ مجاز تعیین شده، نمودار گشتاور موتور بر حسب زمان مطابق شکل (۵) ترسیم شده است.

همان‌طور که در شکل (۵) مشاهده می‌شود موتور محرک سیستم در طی حرکت ربات به حدّ اشباع گشتاور تعیین شده برای شبیه‌سازی نرسیده است.

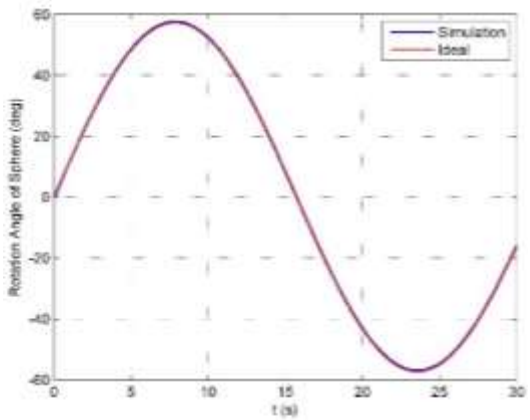


شکل (۵): گشتاور موتور ربات کروی با شرایط اولیهٔ غیر منطبق بر مسیر مطلوب

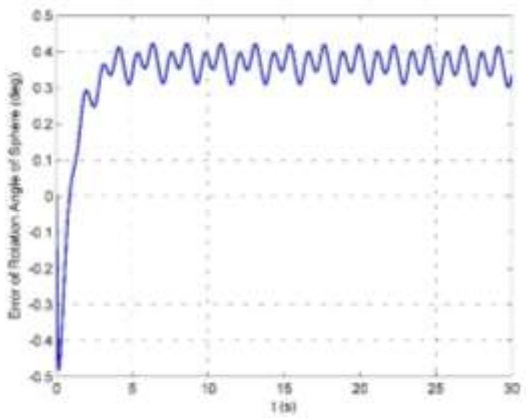
کنترل ربات با در نظر گرفتن نامعینی پارامتری

در اندازه‌گیری پارامترهای طراحی ربات جهت به‌کارگیری در تعیین گشتاور کنترلی، همواره احتمال ایجاد خطای اندازه‌گیری وجود دارد. لذا با فرض وجود خطا در تعیین مقادیر واقعی پارامترهای سیستم، کنترل‌کننده باید توانایی کنترل حرکت را کماکان دارا باشد. به‌منظور بررسی میزان مقاوم بودن کنترل‌کننده به نامعیّنی پارامتری، با در نظر گرفتن خطایی به میزان ۱ درصد برای همگی پارامترهای فیزیکی ربات، نتایج شبیه‌سازی و کنترل حرکت ربات کروی ارائه خواهد شد. بدین‌صورت که در معادلات دینامیکی حاکم بر مدل ۱ درصد کاهش مقادیر طولی و جرمی (مبتنی بر جدول ۱) اعمال می‌شود درحالی‌که این تغییرات برای تعیین گشتاور کنترلی وارد بر ربات در نظر گرفته نمی‌شود و کنترل‌کننده بر مبنای مقادیر اولیهٔ پارامترها (جدول ۱) عمل می‌کند.

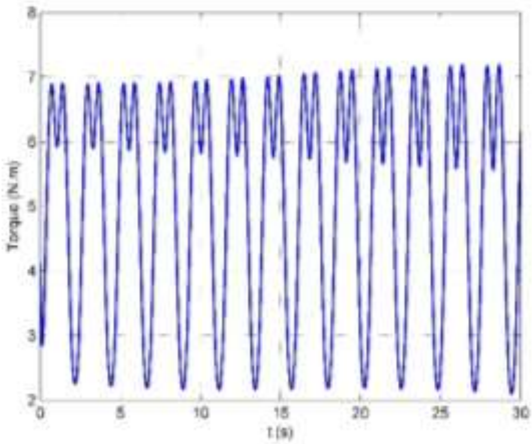
در این بخش، شرایط اولیهٔ حرکت دورانی ربات منطبق بر شرایط اولیهٔ مسیر مطلوب در نظر گرفته می‌شود. نتایج شبیه‌سازی حرکت کنترل شده در این حالت، در شکل‌های (٦)، (۷) و (۸) ارائه شده است.



شکل (۶): زاویهٔ چرخش ربات کروی در مقایسه با زاویهٔ مطلوب با در نظر گرفتن نامعینی پارامتری



شکل (۷): نمودار خطای دوران پوستهٔ کروی نسبت به حالت مطلوب با در نظر گرفتن نامعینی پارامتری



شکل (۸): گشتاور موتور ربات کروی با در نظر گرفتن نامعینی پارامتری

با توجّه به شکل‌های (۶) و (۷) مشاهده می شود که کنترل‌کننده به‌صورت قابل قبولی توانسته بر تأثیر نامطلوب نامعینی های پارامتری فائق آمده و زاویهٔ چرخش ربات، مسیر مطلوب از پیش تعیین شده خود را به‌خوبی دنبال کند. همچنین با توجّه به شکل (۸) گشتاور محرک از حدّ اشباع در نظر گرفته شده برای آن تجاوز نکرده است.

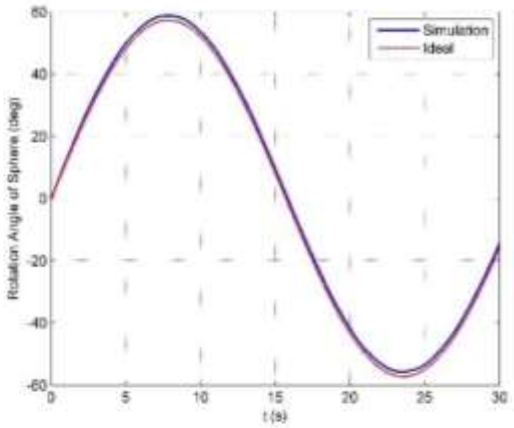
کنترل سیستم با در نظر گرفتن گشتاور اغتشاشی

با توجّه به اینکه در واقعیت همواره نیروهای مقاوم در مقابل حرکت از جمله نیروی مقاومت هوا و همچنین نیروهای اصطکاکی وجود دارند، لذا توانایی کنترل‌کنندهٔ طراحی شده در حذف اثر این‌گونه اغتشاشات از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بنابراین با در نظر گرفتن یک گشتاور اغتشاشی (τ_d) بر روی ربات در حالت حرکت بر روی سطح شیب‌دار به بررسی عملکرد کنترل‌کننده در ایجاد پاسخ مطلوب برای چرخش پوستهٔ ربات پرداخته شده است. اثر گشتاور اغتشاشی در معادلات حرکت به‌صورت یک ترم اضافی (τ_d) در نیروی تعمیم یافتهٔ متناظر با مختصهٔ α است:

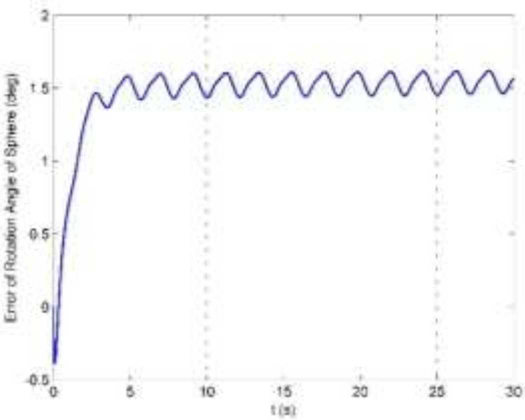
$$Q_\alpha = \tau + \tau_d \qquad (٤٤)$$

برای شبیه‌سازیِ حرکت کنترل‌شدهٔ ربات در این بخش، τ_d را برابر ۰/۵ N.m در نظر می‌گیریم. نتایج پاسخ خروجی، خطای تعقیب مسیر و گشتاور عملگر به ترتیب در شکل‌های (۹)، (۱۰) و (۱۱) آورده شده است.

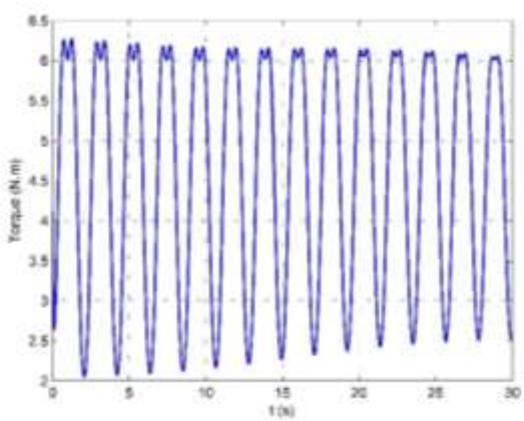
با توجّه به شکل‌های (۹) و (۱۰) مشاهده می‌شود که ربات با وجود اعمال گشتاور اغتشاشی بر روی آن در طی حرکت توانسته تابع زمانیِ مطلوب تعریف شده برای زاویهٔ دوران پوستهٔ کروی خود را با وجود خطای اندکی دنبال نماید. همچنین گشتاور عملگر در محدودهٔ مجاز تعیین شده برای آن در طی حرکت ربات باقی مانده است (شکل ۱۱).



شکل (۹): زاویهٔ چرخش ربات کروی در مقایسه با زاویهٔ مطلوب با در نظر گرفتن گشتاور اغتشاشی وارد بر سیستم



شکل (۱۰): نمودار خطای دوران پوستهٔ کروی نسبت به حالت مطلوب با در نظر گرفتن گشتاور اغتشاشی وارد بر سیستم



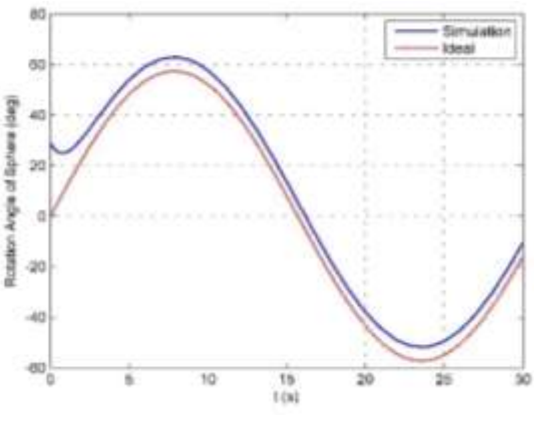
شکل (۱۱): گشتاور موتور ربات کروی با در نظر گرفتن گشتاور اغتشاشی بر روی سیستم

کنترل ربات کروی تحت شرایط اولیه غیر منطبق بر مسیر مطلوب و نامعینی پارامتری و گشتاور اغتشاشی

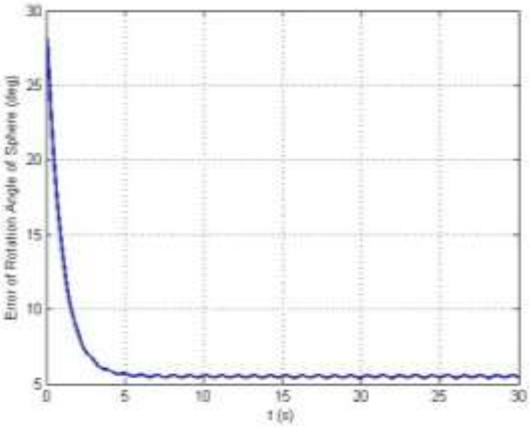
اکنون شرایطی را در نظر می‌گیریم که هر سه عامل ناپایدار کنندهٔ سیستم یعنی شرایط اولیهٔ غیر منطبق بر مسیر، نامعیّنی‌های پارامتری و گشتاور اغتشاشی وارد بر سیستم وجود داشته باشد.

با فرض وجود ۲ درصد خطا در مقادیر همگی پارامترهای فیزیکی ربات و اعمال گشتاور اغتشاشی ۱/۵ N.m به پوستهٔ کروی و نیز انتخاب شرایط اولیهٔ نامطلوب متناظر با زاویهٔ چرخشی ۰/۵ rad به بررسی عملکرد کنترل‌کننده در ایجاد پاسخی که مسیر مطلوب از پیش تعیین شده را دنبال کند، پرداخته می‌شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی در این حالت، شامل نمودار زاویهٔ چرخش پوسته، نمودار خطای پاسخ زمانی و نمودار گشتاور موتور محرک در شکل‌های (۱۲)، (۱۳) و (۱٤) ارائه شده است.

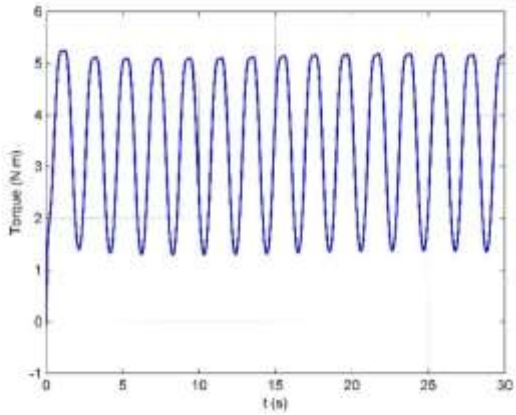
همان‌طور که در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) مشاهده می‌شود با وجود عوامل ناپایدار کنندهٔ حرکت زاویهٔ چرخش، ربات کروی تابع زمانی مطلوب خود را با خطای دائم بسیّار اندکی به‌خوبی تعقیب کرده است. همچنین با توجّه به شکل (۱٤) نمودار گشتاور موتور از حدّ مجاز خود تجاوز نکرده است.



شکل (۱۲): زاویهٔ چرخش ربات کروی در مقایسه با زاویهٔ مطلوب تحت شرایط اولیهٔ غیر منطبق بر مسیر مطلوب، نامعیّنی پارامتری و گشتاور اغتشاشی



شکل (۱۳): نمودار خطای دوران پوستهٔ کروی نسبت به حالت مطلوب تحت شرایط اولیهٔ غیر منطبق بر مسیر مطلوب، نامعیّنی پارامتری و گشتاور اغتشاشی



شکل (١٤): گشتاور موتور ربات کروی با شرایط اولیهٔ غیر منطبق بر مسیر و نامعیّنی پارامتری و گشتاور اغتشاشی

نتیجه‌گیری

در این پژوهش به مدل‌سازی دینامیکی و کنترل حرکت صفحه‌ای یک ربات کروی پاندولی بر روی یک سطح شیب‌دار پرداخته شد. به این منظور ابتدا تشریح ساختار ربات کروی و مدل سازی آن بر مبنای فر ضیات مذکور به انجام رسیده، در ادامه با انتخاب دو مختصهٔ تعمیم یافته نظیر زاویهٔ دوران پوسته (α) و زاویهٔ دوران پاندول (φ) به تحلیل دینامیکی و استخراج معادلات حرکت صفحه‌ای ربات بر روی سطح شیب‌دار با ا ستفاده از روش لاگرانژ پرداخته شد.

با توجّه به کمبود تعداد عملگر نسبت به تعداد درجات آزادی ربات کروی، کنترل ربات از نظر برقراری پایداری چالش‌برانگیز بوده و لذا به طراحی یک کنترل‌کنندهٔ غیرخطی، با روشی مبتنی بر خطی‌سازی به کمک فیدبک پرداخته شد. در ادامه با در نظر گرفتن شرایط اولیهٔ غیر منطبق بر مسیر، نامعیّنی پارامتری و همچنین گشتاور اغتشاشی وارد بر سیستم، میزان مقاومت کنترل‌کننده مورد بررسی قرار داده شد که البته بررسی نتایج به دست آمده در چنین شرایط ناپایدار کننده‌ای گویای عملکرد مطلوب کنترل‌کننده در دنبال کردن مسیر (تابع زمانی) تعیین شده برای زاویهٔ دوران پوستهٔ کروی در حین حرکت بر روی سطح شیب‌دار بوده است. طراحی این کنترل‌کننده امکان استفاده از عملگری با گشتاورِ قابل تأمین برای ربات را فراهم ساخته که این موضوعِ (حد اشباع عملگر) یکی از محدودیت‌های طراحی در ربات‌های کروی محسوب می‌شود.

فهرست علائم

g	شتاب جاذبه ($m.s^{-2}$)
I	ممان اینرسی ($kg.m^2$)
K_P	ضریب تناسبی کنترل‌کننده (s^{-2})
K_V	ضریب مشتقی کنترل‌کننده (s^{-1})
l	طول پاندول (m)
M	جرم (kg)
R	شعاع کره (m)
T	گشتاور موتور (N.m)
T	انرژی جنبشی (J)
U	انرژی پتانسیل (J)
δW	کار مجازی نیروهای مؤثر (J)
A	زاویهٔ چرخش کره (rad)
$\dot{\alpha}$	سرعت زاویه‌ای کره ($rad.s^{-1}$)
$\ddot{\alpha}$	شتاب زاویه‌ای کره ($rad.s^{-2}$)
γ	زاویهٔ شیب سطح (deg)

φ	زاویهٔ چرخش پاندول (rad)	s	پوسته
$\dot{\varphi}$	سرعت زاویه‌ای پاندول ($rad.s^{-1}$)	i	اجزای داخلی
$\ddot{\varphi}$	شتاب زاویه‌ای پاندول ($rad.s^{-2}$)	o	مرکز ربات
$\vec{\omega}_p$	بردار سرعت زاویه‌ای پاندول ($rad.s^{-1}$)	p	پاندول

مراجع

1. Bicchi, A., Balluchi, A., Prattichizzo, D., Gorelli, A., "Introducing the Sphericle: An Experimental Testbed for Research and Teaching in Non-holonomy", *IEEE. International Conference on Robotics and Automation,* Vol. 3, Albuquerque, NM, USA, (1997).
2. Halme, A., Schonberg, T., Wang, Y., "Motion Control of a Spherical Mobile Robot", *IEEE. International Conference on Advanced Motion Control,* Vol. 1, Mie, Japan, (1996).
3. Bhattacharya, S., Agrawal, S., "Design Experiments and Motion Planning of a Spherical Rolling Robot", *IEEE. International Conference on Robotics and Automation,* Vol. 2, San Francisco, CA, USA, (2000).
4. Zhan, Q., Zhou, T., Chen, M., Cai, S., "Dynamic Trajectory Planning of a Spherical Mobile Robot", *IEEE. International Conference on Robotics and Automation,* Vol. 1, Bangkok, Thailand, (2006).
5. Zhang, W., Liu, X., Fang, C., Sun, H., "Dynamics Modeling of Spherical Robot with Arms by Using Kane's Method", *IEEE. International Conference on Natural Computation,* Vol. 4, Jinan, China, (2008).
6. Joshi, V., Banavar, R., Hippalgaonkar, R., "Design and Analysis of a Spherical Mobile Robot", *Mechanism and Machine Theory,* Vol. 45, Issue 2, pp. 130–136, (2010).
7. Liu, D., Sun, H., Jia, Q., "Stabilization and Path Following of Spherical Robot", *IEEE. Conference on Robotics, Automation and Mechatronics,* Vol. 1, Chengdu, China, (2008).
8. Azizi, M., Naderi, D., "Dynamic Modeling and Trajectory Planning for a Mobile Spherical Robot with a 3DOF Inner Mechanism", *Mechanism and Machine Theory,* Vol. 64, pp. 251–261, (2013).
9. Yu, T., Sun, H., Jia, Q., Zhao, W., "Path Following Control of a Spherical Robot Rolling on an Inclined Plane", *IEEE. International Frequency Sensor Association,* Vol. 21, pp. 42-47, (2013).
10. Gajbhiye, S., Banavar, R. N., "Geometric 0Tracking Control for a Nonholonomic System: a Spherical Robot", *International Federation of Automatic Control,* Vol. 49, pp. 820–825, (2016).
11. Ivanova, T. b., Kilin, A. a., Pivovarova, E. n., "Controlled Motion of a Spherical Robot with Feedback. I", *Journal of Dynamical and Control Systems,* Vol. 24, pp. 497–510, (2017).
12. Ivanova, T. b., Kilin, A. a., Pivovarova, E. n., "Control of the Rolling Motion of a Spherical Robot on an Inclined Plane", *Doklady Physics,* Vol. 63, pp. 435–440, (2018).
13. Sadigh, M. j., Salehi, A., Keshmiri, M., "A Semi-Manual Master-Slave Algorithm for Control of

Flexible Micro-Macro Manipulators", *IEEE. International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics,* Szczecin, Poland, (2007).